

7.2.2 2 коллоквиум

1. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества.
2. Пространство \mathbb{R}^d предел, непрерывность.
3. Дифференцируемость, частные производные. Достаточные условия дифференцируемости.
4. Смешанные производные и их равенство.
5. Формула Тейлора (\mathbb{R}^d).
6. Теорема о неявной функции.
7. Экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия.
8. Метод наименьших квадратов.
9. Условный экстремум. Стационарная точка функции и её связь с множителями Лагранжа.
10. Окаймлённый гессиан. Достаточное условие экстремума в терминах окаймлённого гессиана (б/д). Доказательство для случая двух переменных и одного уравнения связи.

Список вопросов ко второму коллоквиуму.

1. В терминах ϵ символики дать определение предела последовательности $(\vec{x}_n \in \mathbb{R}^d, n \in \mathbb{N})$.
2. Определение метрического пространства.
3. Сформулировать неравенство Минковского (треугольника) в пространствах $l_p, p \geq 1$.
4. Определение внутренней и внешней точки множества.
5. Определение граничной точки множества.
6. Определение предельной точки.
7. Определение открытого (замкнутого) множества в \mathbb{R}^d .
8. Теорема о пересечении и объединении открытых (замкнутых) множеств в \mathbb{R}^d .
9. Структура открытого множества в \mathbb{R}^1 .
10. Структура замкнутого множества в \mathbb{R}^1 .
11. Определение компакта.
12. Критерий компактности в \mathbb{R}^d .
13. В терминах ϵ, δ символики дать определение (по Коши) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq A$, где $A \in \mathbb{R}^m, f: \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
14. Дайте определение (по Гейне) предела функции $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, где $A \in \mathbb{R}^m, f: \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
15. В терминах ϵ, δ символики дать определение (по Коши) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, где $A \in \mathbb{R}^m, f: \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
16. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что не существует предела функции (по Коши) $f: \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
17. Дать определение о-малого (\mathbb{R}^d).
18. Теорема о композиции предела (\mathbb{R}^d).
19. Сформулировать теорему о нахождении предела отношений функций $f, g: \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^1$.
20. Сформулировать критерий Коши для предела функции (\mathbb{R}^d).
21. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция непрерывна в точке (\mathbb{R}^d).
22. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция $f: \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$ не является непрерывной в точке.
23. Сформулировать глобальные свойства непрерывных функций (\mathbb{R}^d).
24. Сформулировать свойства непрерывных функций в окрестности (локальные свойства) (\mathbb{R}^d).
25. Определение линейной связности.
26. Дать определение дифференцируемости (\mathbb{R}^d).
27. Сформулировать теорему о дифференцируемости сложной функции (\mathbb{R}^d).
28. Сформулировать теорему Лагранжа для функции многих переменных.
29. Сформулировать определение второй смешанной производной. Привести теорему о смешанных производных.
30. Формула Тейлора с остатком в виде Лагранжа (случай \mathbb{R}^d).
31. Сформулировать теорему о неявной функции $f: \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^1$.

32. Сформулировать теорему о неявной функции $f: \mathbb{R}^{d+1} \mapsto \mathbb{R}^1$.
33. Определение касательной плоскости.
34. Определение гладкой поверхности.
35. Необходимое условие экстремума (\mathbb{R}^d).
36. Достаточное условие экстремума (\mathbb{R}^d).
37. Отрицательно и положительно определённая квадратичная форма.
38. Неотрицательно и неположительно определённая квадратичная форма.
39. Критерий Сильвестра для квадратичных форм.
40. Критерий для неотрицательно и неположительно определённой квадратичной формы.
41. Гессиан. Окаймлённый Гессиан.
42. Функция Лагранжа для случая двух переменных с одним уравнением связи. Необходимое условие условного экстремума.
43. Окаймлённый Гессиан для случая двух переменных с одним уравнением связи.
44. Метод наименьших квадратов (постановка задачи).